УДК 621.311.018
DOI: 10.53015/18159958_2024_20_2_11

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ТЕНЗОРА ПРЕОБРАЗОВАНИЯ АСИММЕТРИЧНОЙ ТРЁХФАЗНОЙ КОМПАУНД-СЕТИ ПРИ ЕЁ ФИЗИЧЕСКОМ РАЗДЕЛЕНИИ НА ЧАСТИ

DETERMINATION OF THE TRANSFORMATION TENSOR OF AN ASYMMETRIC THREE-PHASE COMPOUND NETWORK AT ITS PHYSICAL SEPARATION INTO PARTS

©2024

Воронов Павел Леонидович[1], кандидат технических наук, доцент электроснабжения и интеллектуальных электроэнергетических систем
Pavel Leonidovich Voronov[1]**,** PhD (technical sciences), Associate Professor of Power Supply and Intelligent Power Systems

Чувашский государственный университет, Чебоксары (Россия)
Chuvash State University, Cheboksary (Russia)

E-mail: plv911@mail.ru [1]ORCID: https://orcid.org/0000-0001-7328-0777

Аннотация: Актуальность исследования обусловлена тем, что в настоящее время стратегическим направлением дальнейшего развития систем электроснабжения (СЭС) становится концепция внедрения различных интеллектуальных распределительных комплексов на основе управляемого силового электрооборудования и ЛЭП нового поколения. Одновременно создаются цифровые подстанции, а также специализированные коммуникационные и автоматизированные информационно-измерительные комплексы, устройства релейной защиты и автоматизации производственных процессов на базе силовой электроники, микроэлектроники и микропроцессорной техники. В статье рассматривается процедура составления тензора преобразования трёхфазных компаунд-сетей, состоящих из совокупности ЛЭП, генераторов, преобразователей, трансформаторов разных типов, электрических нагрузок и других элементов СЭС, обеспечивающая реализацию новых подходов к анализу явлений и процессов в них. Используется тензорно-топологическая методология Г. Крона, разработанная для исследования сложных электроэнергетических систем методом физического разбиения их на части. Введение компаунд-тензоров позволяет рассматривать любые многофазные устройства в различных координатных системах и осуществлять преобразования их параметров с помощью стандартных автоматических операций. Преобразования проводились на примерах конкретных трехфазных устройств с учетом их топологических моделей. Приведен алгоритм анализа асимметричных трехфазных компаунд-сетей и на примере расчета несимметричного короткого замыкания показана последовательность шагов и процедура составления матриц результирующего тензора преобразования и тензора импеданса трехфазной системы, а также представлены тензоры импедансов несбалансированных трехфазных устройств, коротких замыканий, заземлений, а также подробно раскрыты особенности протекания компаунд-токов через элементы трехфазных компаунд-сетей. Применение компаунд-тензоров и компаунд-сетей, представляющих составные части сложных физических объ-

ектов и систем, ускоряет их анализ, сокращает число переменных в уравнениях, исключает повторяющиеся операции и наглядно раскрывает физическую картину происходящих электромагнитных процессов и явлений. Каждый компаунд-тензор в анализе может быть выражен в любой допустимой системе координат своими компонентами, преобразующимися с помощью соответствующего закона (формулы) и собственного тензора преобразования. Нет необходимости определять каждый раз заново тензоры импеданса для отдельных трехфазных устройств, когда они используются в какой-либо другой трехфазной системе.

Ключевые слова: компаунд-тензоры, компаунд-сети, матрицы преобразования, трехфазные устройства, способы разделения компаунд-сетей.

Для цитирования: Воронов П.Л. Определение тензора преобразования асимметричной трёхфазной компаунд-сети при её физическом разделении на части // Вести высших учебных заведений Черноземья. – 2024. – Т. 20, № 2 (76). – С. 40–58. DOI: 10.53015/18159958_2024_20_2_11.

Abstract: The relevance of the study is due to the fact that currently the strategic direction for the further development of power supply systems (SES) is the concept of introducing various intelligent distribution complexes based on controlled power electrical equipment and new generation power lines. At the same time, digital substations are being created, as well as specialized communication and automated information and measurement complexes, relay protection devices and automation of production processes based on power electronics, microelectronics and microprocessor technology. The article discusses the procedure for compiling the transformation tensor of three-phase compound networks consisting of a set of power lines, generators, converters, transformers of various types, electrical loads and other elements of the SES, providing the implementation of new approaches to the analysis of phenomena and processes in them. The aim of the research is to analyze active asymmetric three-phase interconnected networks, with a description of the process for compiling transformation matrices in relation to phase coordinates and symmetrical components. The tensor-topological approach of G. Krohn, which was developed for the analysis of complex electrical power systems using the method of physically dividing them into parts, has been used. The use of compound tensors allows for the consideration of any multi-phase devices in different coordinate systems and the transformation of their parameters through standard automatic operations. Transformations have been carried out using specific examples of three-phase devices, considering their topological models.

A new algorithm for analyzing asymmetric three-phase interconnected networks has been developed. Using the example of a short circuit calculation, the proposed algorithm demonstrates the sequence of steps required to compile the matrices of the resulting transformation and impedance tensors for a three-phase system. In addition, the impedance tensors of individual three-phase components, such as unbalanced devices, short circuits, and grounding systems, are described in detail. The algorithm also reveals the characteristics of the flow of current through the different elements of the three-phase network.

The use of composite tensors and composite networks to represent the components of complex physical systems and objects facilitates their analysis, reducing the number of variables in mathematical models, eliminating redundant operations, and clearly revealing the physical nature of electromagnetic processes and phenomena. Each composite tensor in an analysis can be represented in any valid coordinate system through its component values, which are transformed using a corresponding law (equation) and a transformation tensor specific to that tensor. It is not necessary to re-define impedance tensors for individual three-phase components every time they are incorporated into a different three-phase system.

Keywords: composite tensors, composite networks, transformation matrices, three-phase systems, methods for decomposing composite networks.

For citation: Voronov P.L. Determination of transformation tensor of asymmetric three-phase compound network at its physical separation into parts // Vesti of Higher Educational In-

stitutions of the Chernozem region. – 2024. – Vol. 20, № 2 (76). – P. 40–58. DOI: 10.53015/18159958_2024_20_2_11.

ВВЕДЕНИЕ

Преобразование модернизируемых СЭС и превращение их в сложные метасистемы с неструктурированными сетевыми комплексами требуют новых подходов к анализу явлений и процессов в них, а также применения адекватных им и полезных математических моделей [3,6,9, 13, 18]. Одним из направлений преодоления возникающих при этом трудностей и для успешного решения ряда задач является использование тензорно-топологической методологии Г. Крона [10, 11, 21]. В применении тензорной методологии Г. Крона для решения практических задач ключевую роль играют тензоры, образующие группы квадратных (несингулярных) матриц преобразования C_α'^α, с помощью которых осуществляется переход от одной системы координат к другой на основе инвариантных свойств тензорных уравнений и законов преобразования тензорных величин. Усвоение тензорной методологии может быть успешным, если физически правильно интерпретировать тензоры, связанные с возбуждёнными электрическими системами и, в частности, с компаунд-сетями.

ЦЕЛЬ ИССЛЕДОВАНИЯ

Проиллюстрировать на примере простой активно-асимметричной трёхфазной системы, представляемой компаунд-сетью, процедуру составления матриц преобразования тензора C_α'^α относительно фазных осей координат и координат симметричных составляющих, а также раскрыть некоторые особенности применения компаунд-тензоров к трёхфазным системам.

МАТЕРИАЛЫ И МЕТОДЫ

Исследование базируется на тензорно-топологической методологии Г. Крона, которая разработана для исследования сложно-разветвленных электроэнергетических систем методом физического разбиения их на части. Введение компаунд-тензоров позволяет рассматривать любые многофазные устройства в различных координатных системах и осуществлять преобразования их параметров с помощью стандартных автоматических операций. Преобразования проводились на примерах конкретных трехфазных систем с учетом их топологических моделей.

РЕЗУЛЬТАТЫ ИССЛЕДОВАНИЯ

Концепция компаунд-сетей предполагает, что импеданс каждой «обобщенной ветви» сложной системы представляется соответствующим тензором, а её тензорные уравнения, аналогичные по форме системе обычных уравнений, описывают её как некоторую более сложную физическую систему с помощью меньшего числа переменных. Другими словами, каждая обобщенная компаунд-ветвь на самом деле является некоторой самостоятельной сложной сетью или электротехническим устройством.

В общем же случае геометрическим компаунд-объектом называют объект, у которого каждая его составляющая или компонента тоже является геометрическим объектом той же валентности, а не просто числовой величиной. Существует важное различие между геометрическими объектами, тензорами и n-матрицами. Суть его заключается в том, что n-матрицы в принципе не имеют никакой формулы преобразования и не связаны с какой-либо системой координат. Их лишь искусственно можно отнести к одной частной системе осей координат и как бы условно наделить свойствами тензора. Матрица представляет собой некоторое множество, например, таблицу чисел или элементов, подчинённую определённым правилам ее составле-

ния и действиям над ними, присущим матричной алгебре. С геометрическим же объектом или тензором всегда ассоциируются постоянная и неизменяющаяся формула или закон преобразования, а также строго определенная группа преобразований, относящаяся к объектам тензорной алгебры. Наличие формулы преобразования придаёт геометрическому объекту особое математическое или физическое содержание и наделяет его различными компонентами в разных системах координат [8,10,20]. Следовательно, геометрические объекты – это одновременно и n-мерные матрицы, и группы преобразования, и формулы (законы) преобразования. Они в совокупности характеризуют и образуют единую целостную геометрическую или физическую сущность. При этом вовсе не отрицается важная роль применения матриц в преобразованиях и при решении тензорных уравнений, как и роль миноров и определителей матриц и т. п. Понятие “тензор” ограничивается лишь определённым классом геометрических объектов, которые подчиняются простым линейным правилам преобразования. Например, для электрических контурных цепей в виде:

$$i' = C^{-1}i,\ u' = C_t u,\ z' = C_t z C,\ p' = p, \qquad (1)$$

где “штрих” обозначает тензоры в новой системе координатных осей. Тензор мощности p является инвариантом относительно преобразований. Если компоненты смешанного тензора преобразования C (C_α'^α – в индексном обозначении) являются константами, то это есть линейное, а не функциональное преобразование. Все геометрические объекты, так преобразуемые, являются тензорами. Однако, в случае, например, электрических машин, когда осуществляется преобразование к вращающейся системе координат d, q, 0, компоненты тензора C являются функциями механических переменных (угла Θ), то в формуле преобразования импеданса машины Z_α'β' или Z' (в прямой нотации) появляется дополнительная составляющая. Тогда уравнение для преобразованного импеданса приобретает вид:

$$Z' = C_t Z C + C_t L \frac{\partial C}{\partial \theta} p\theta, \qquad (2)$$

где L – тензор (2-матрица в частной системе координат) индуктивности машины в осях a, b, c (фазных координатах). Дополнительный член исчезает, если C не является функцией угла Θ. Другим характерным примером появления дополнительного объекта при преобразовании может служить формула дифференциала, например тока ∂i^α или в прямой нотации ∂i. Она имеет вид ∂i=(C∂i'+∂Ci') в силу того, что в ней дифференцированию подвергается каждый из сомножителей. Дополнительные объекты к тензорам не относятся. Они в данной статье не будут рассматриваться.

Заметим, что действия над компаунд-тензорами подчиняются особым правилам и характеризуются своими переменными и фиксированными индексами [8,10]. Однако, для компаунд-тензоров, как и для обычных тензоров валентности 1 и 2 очень удобны прямые (без индексные) обозначения, которые и используются в статье.

Компаунд-сети и их способы расчленения на части применяют не только в методе диакоптики [7,11, 14,17,19], но и для составления и решения систем базовых уравнений сложных электрических систем, включая и уравнения трёхфазных активных асимметричных сетей [1,2,12,15], которые являются предметом рассмотрения в настоящей статье. Речь идёт о любой форме базовых уравнений. Например, для ЭДС или напряжений контурных сетей (e=zi); для токов узловых пар (открытых контуров) сетей (I=YU) , а также для напряжений и токов ортогональных сетей (U+e)=Z(i+I), (i+I)=Y(U+e). Все перечисленные четыре вида уравнений являются тензорными. Они по форме аналогичны обычным уравнениям электрических сетей [10].

Заметим, что в привычном векторном анализе любой вектор, обозначающий физическую величину, характеризуется величиной и направлением, причём то обстоя-

тельство, что он имеет свой закон преобразования при смене координатных осей, подразумевается, как бы само собой. На самом же деле с введением произвольных обобщённых координат при исследовании электрических и электромеханических систем пространство нахождения векторов и системы координат, в которых векторы анализируются и измеряются, становится сложным и неевклидовым, например, римановым. В этом случае закон преобразования разных тензоров наделяет их уже новым физическим содержанием. По сути, вектор определяется не величиной и направлением, а формулой преобразования с помощью тензора C_α'^α и своими составляющими в той или иной системе координат. Для определения его величины служит метрика. Например, в уравнениях для электрических машин метрика представляется тензором индуктивности L_αβ, а для обычных электрических цепей - импедансом Z_αβ. Для определения же направления векторов вводится так называемая аффинная связность Γ_(α,β,γ), характеризующая кривизну рассматриваемого пространства [8, 10]. Из сказанного следует, что при рассмотрении любой сложной проблемы, когда известен способ составления компаунд-инвариантного уравнения, целесообразнее всего сначала получить нужное общее уравнение, а затем, разделив его на отдельные инвариантные части, оперируя с компаунд-тензорами, решить его. Не затрагивая основных положений теории преобразования и свойств тензоров преобразования, выполняющих определённые операции над параметрами физических систем [4,5,10,19,21], подчеркнём, что всегда любую сложную систему можно разделить физически или функционально на несколько независимых и более простых частей по определенным признакам [3,7,11,17,19].

Так одним из полезных применений компаунд-тензоров является способ быстрого решения систем линейных уравнений, в котором исключается значительное число промежуточных шагов, обычно имеющих место при применении стандартных методов их решения, путём исключения части переменных. Особенно эффективным оказывается обращение несимметричных компаунд-тензоров второй валентности с несколькими строками. Например, на практике часто осуществляется исключение координатных осей (контуров), в которых не существует приложенных ЭДС. Формула редукции в этом случае хорошо известна и имеет вид:

$$e_1 = (Z_1 - Z_2 Z_4^{-1} Z_2) i_1 . \qquad (3)$$

Она получается из двух инвариантных уравнений:

$$e_1 = (Z_1 i_1 + Z_2 i_2);\ e_2 = 0 = (Z_3 i_1 + Z_4 i_2) \qquad (4)$$

Такая же процедура исключения контуров может быть осуществлена, когда $\boldsymbol{e_2 \neq 0}$. Не трудно показать, что в данном случае, используя компаундное представление системы инвариантных уравнений, можно получить формулы:

$$Z' = (Z_1 - Z_2 Z_4^{-1} Z_2) i';$$
$$e'_1 = Z'_1 i'_1 = (e_1 - Z_2 Z_4^{-1} e_2) \qquad (5)$$

Следовательно, в любой активной асимметричной системе можно исключить некоторые внутренние ЭДС e_2, заменив какую-то не интересующую исследователя активную часть системы пассивной. В таком преобразовании, однако, нужно предусмотреть и замену ЭДС e_1 новым множеством $\mathbf{e'_1}$. Стоит обратить внимание на то, что определение e'_1 через e_2 здесь математически элементарно, поскольку произведение $Z_2 Z_4^{-1}$ уже определено при вычислении Z'. Существует множество других способов построения и представления компаунд-сетей. Самым простым из них является физическое разбиение или разделение реальной сложной системы или ее модели на составные части. Физическому разделению могут быть подвергнуты системы, состоящие из электронных и полупроводниковых устройств различного назначения: усилителей, преобразователей, модуляторов, фильтров и других элементов СЭС, соединенных разными способами, а также силовые комплексы,

включающие электрические машины, трансформаторы, трехфазные и многофазные преобразовательные устройства. Практически всегда любые электроэнергетические системы можно разделить физически на множество элементов, а результаты анализа каждого из них затем использовать для анализа системы в целом. Компаунд-сети вводятся не только с целью эффективного составления уравнений сложных систем, что само по себе важно, но и для решения этих уравнений теми же обычными методами, которые применяются для простых электрических цепей.

АЛГОРИТМ РАСЧЕТА ТРЕХФАЗНЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ КОМПАУНД-СЕТЕЙ

Метод и алгоритм анализа компаунд-сети подобен анализу обычной электрической сети. Различие состоит в том, что каждый тензор, характеризующий отдельный элемент трехфазной компаунд-сети, представляется своим компаунд-тензором. При физическом разделении сложной компаунд-сети каждая ее компаундная ветвь (обмотка, катушка) является сама по себе сложной сетью. Их параллельное и последовательное соединения образуют сложную сеть, которая и подлежит анализу и расчету. Чтобы провести анализ контурной трехфазной компаунд-сети тензорным методом, необходимо в алгоритме решения предусмотреть следующие шаги:

1) составить схему «элементарной» (примитивной) компаунд-сети, выбрав или выделив в ней геометрические объекты $z_{\alpha\beta}$, u_α, i^β её элементов, представляющие соответственно тензоры импеданса, тока и напряжения (ЭДС);

2) наметить пути токов, протекающих в рассчитываемой компаунд-сети, отобразив их на схеме;

3) построить матрицу преобразования тензора $C_{\alpha'}^{\alpha}$ путем сравнения электрических токов в ветвях «элементарной» компаунд-цепи и в рассчитываемой компаунд-сети;

4) определить тензоры действительной сети, используя формулы преобразования;

5) найти величины, характеризующие отдельные ветви по формулам преобразования.

Естественно, что для анализа и расчета можно применить помимо контурного и узловой метод (метод узловых пар или открытых контуров). Он особенно эффективен при функциональном расчленении сетей, когда узловые пары (открытые контуры) выполняют роль входных и выходных зажимов силовых устройств. Они одновременно могут быть и зажимами управляемых устройств, а также зажимами различных регуляторов с заданными законами изменения параметров, например напряжения и частоты. В этом случае удобно пользоваться узловыми тензорами $\mathrm{Y}, \mathrm{U}, \mathrm{I}$. Заметим, что второй шаг предложенного алгоритма, касающийся выбора путей токов через компаунд-сеть, является достаточно сложной задачей, поскольку при его реализации надо учитывать способы соединения обмоток различных многофазных устройств и их частей, образующих компаундные ветви. Представленный алгоритм будет применён в статье к расчёту асимметричной трёхфазной электрической компаунд-сети, причем основное внимание будет уделено рассмотрению особенностям анализа несимметричных коротких замыканий, а также особенностям представления трёхфазных устройств компаунд-обмотками и компаунд-тензорами. На простом примере анализа несимметричного повреждения будут конкретизированы и некоторые дополнительные шаги предлагаемого алгоритма для контурных систем, а также подробно проиллюстрирован метод определения результирующего тензора преобразования конкретной трёхфазной системы.

КОМПАУНД-ТЕНЗОРЫ ТРЁХФАЗНЫХ УСТРОЙСТВ

Для любых сбалансированных и несбалансированных трёхфазных устройств целесообразно считать, что тензор импеданса каждой их компаунд-обмотки является совокупностью трёх отдельных фазных обмоток, в том числе и для “элементарной” компаунд-цепи, представленных относительно

любых произвольно выбранных координатных осей. Из практических соображений для простоты рассуждений в данной статье ограничимся рассмотрением лишь хорошо известных: системы фазных координат a, b, c и координат трёх последовательностей 0, 1, 2 метода симметричных составляющих. Следовательно, в компаунд-сети отдельные трёхфазные генераторы, двигатели, ЛЭП, электрические нагрузки можно представить лишь одной компаунд-обмоткой (катушкой) или “обобщённой ветвью”. Тензоры импеданса таких несбалансированных устройств в фазных и в последовательных координатах представляются квадратными (3×3) матрицами, состоящими в общем случае из девяти разных компонент. Для несбалансированных трёхфазных устройств с учётом взаимной индукции эти тензоры имеют вид:

$$\mathbf{Z_{a,b,c}} = \begin{array}{c|ccc} & a & b & c \\ a & Z_{aa} & Z_{ab} & Z_{ac} \\ b & Z_{ba} & Z_{bb} & Z_{bc} \\ c & Z_{ca} & Z_{cb} & Z_{cc} \end{array}; \qquad (6)$$

$$\mathbf{Z_{0,1,2}} = \frac{1}{3} \begin{array}{c|ccc} & 0 & 1 & 2 \\ 0 & Z_{a0}+Z_{b0}+Z_{c0} & Z_{a1}+a^2Z_{b1}+aZ_{c1} & Z_{a2}+aZ_{b2}+a^2Z_{c2} \\ 1 & Z_{a0}+aZ_{b0}+a^2Z_{c0} & Z_{a1}+Z_{b1}+Z_{c1} & Z_{a2}+a^2Z_{b2}+aZ_{c2} \\ 2 & Z_{a0}+a^2Z_{b0}+aZ_{c0} & Z_{a1}+aZ_{b1}+a^2Z_{c1} & Z_{a2}+Z_{b2}+Z_{c2} \end{array}.$$

Тензор импеданса последовательностей в (6) определяется преобразованием, осуществляющим замену фазных токов симметричными составляющими посредством операторов и тензоров преобразования. Множитель 1/√3 введён здесь в отличие от обычного метода симметричных составляющих с тем, чтобы соблюдалась инвариантность мощности при преобразованиях:

$$C = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{array}{c|ccc} & 0 & 1 & 2 \\ a & 1 & 1 & 1 \\ b & 1 & a^2 & a \\ c & 1 & a & a^2 \end{array} \qquad (7)$$

$$C_t^* = C^{-1} = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{array}{c|ccc} & a & b & c \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & a & a^2 \\ 2 & 1 & a^2 & a \end{array},$$

где a и a2 – известные операторы поворота векторов на ±120º, причём оператор, сопряжённый для a есть a2, a3 = 1; 1 + a + a2 = 0. Именно в таком виде тензор преобразования последовательностей необходимо использовать в тензорном анализе цепей [5]. Поскольку тензоры преобразования C и C_t* содержат комплексные числа, то формулы преобразования при переходе от координат последовательностей к реальным или действительным фазным координатам надо записывать, используя сопряжённые величины C_t*:

$$Z = C_t^{*-1} Z' C^{-1};\ u = C_t^{*-1} u',$$

где Z' и u' – тензоры устройств в координатах последовательностей. Это обычное тензорное преобразование i=Ci^'.

Тензоры импедансов для отдельных трехфазных обмоток разных типов легко составляются. Однако для ряда электротехнических устройств соотношения между токами могут оказаться скрытыми. Их можно раскрыть путем применения ряда преобразований или создания двух или нескольких физических систем. Выражение (7), например, не может быть использовано в качестве тензора импеданса для многообмоточных трансформаторных систем, характеризуемых двумя группами переменных. Анализ таких систем существенным образом отличается от анализа простых элементов сети, характеризуемых конструктивными параметрами в виде собственных и взаимных импедансов. Для составления тензора импеданса какого-либо трансформатора требуется по мень-

шей мере два тензора преобразования. Первый из них C_1 определяет способ соединения обмоток трансформатора, а второй C_2 осуществляет исключение гипотетического тока намагничивания, пренебрежение которым часто позволяет существенно упростить расчёт. Чтобы осуществить операцию исключения тока намагничивания, нужно прибегнуть к уравнениям связей, выраженным через новые токи i^', которые появляются в результате соединения обмоток трансформатора.

Уравнения связи – это соотношение между переменными [4,10], возникающие в результате взаимного соединения электрических сетей, а также при размыкании короткозамкнутых контуров “элементарной” (примитивной) системы. Такие действия эквивалентны введению или наложению на систему ограничений, например, запрещающих тензору тока i иметь ненулевые составляющие вдоль разорванных ветвей. Связи могут быть заменены преобразованием с помощью сингулярных матриц тензора C. Но в случае введения гипотетических токов, подобных току намагничивания, сначала требуется установить уравнения связи и только потом найти сингулярную матрицу тензора преобразования. Уравнениями связи являются также и хорошо известные всем законы Кирхгофа для токов в узлах и для напряжений в контурах электрических и магнитных цепей.

Тензор импеданса многообмоточных трансформаторов. В обычном реальном многообмоточном трансформаторе обмотки наматываются, как правило, на один и тот же ферромагнитный сердечник, а магнитодвижущая сила (МДС), создающая поток в его сердечнике, определяется токами всех его обмоток. Часть линий потока, называемого потоком рассеяния, замыкается по воздуху в зазоре между обмотками, а МДС, производящая полезный поток, определяется суммой МДС отдельных обмоток. Так как сумма всех МДС вдоль замкнутой магнитной цепи равна нулю, то

$$W_1 i_1 + W_2 i_2 + \cdots + W_n i_n = 0 \qquad (8)$$

Это уравнение является уравнением связи. Для трансформаторов, выполненных конструктивно со многими замкнутыми магнитными цепями, всегда можно установить соответствующие уравнения связи для каждой замкнутой магнитной цепи.

Например, пусть для двухобмоточного трансформатора заданы: тензор импеданса $\mathbf{Z}$, тензор преобразования $\mathbf{C_m}$, преобразующий первичный и вторичный токи в обмотках в токи намагничивания $\mathbf{i_m}$ и нагрузки $\mathbf{i'_2}$. Тогда после выполнения такого преобразования по формуле $\mathbf{C_{mt} Z C_m}$ получаются новые компоненты тензора импеданса трансформатора. Обозначим его через $\mathbf{Z'}$. Компоненты названных трех тензоров имеют вид:

$$\underline{\mathbf{Z}} = \begin{array}{c|cc} & 1 & 2 \\ 1 & \underline{Z}_{11} & \underline{Z}_{12} \\ 2 & \underline{Z}_{21} & \underline{Z}_{22} \end{array}; \quad \mathbf{C_m} = \begin{array}{c|cc} & m' & 2' \\ 1 & 1 & -W_2/W_1 \\ 2 & 0 & 1 \end{array};$$

$$\underline{\mathbf{Z}}' = \begin{array}{c|cc} & m' & 2' \\ m' & \underline{Z}_{11} & \underline{Z}_{12} - \left(\frac{W_2}{W_1}\right)\underline{Z}_{11} \\ 2' & \underline{Z}_{21} - \left(\frac{W_2}{W_1}\right)\underline{Z}_{11} & \underline{Z}_{22} - 2\left(\frac{W_2}{W_1}\right)\underline{Z}_{12} + \left(\frac{W_2}{W_1}\right)^2 \underline{Z}_{11} \end{array}, \qquad (9)$$

где W_1 и W_2 – число витков обмоток двухобмоточного трансформатора.

Поскольку для двухобмоточного трансформатора с замкнутой магнитной системой сопротивление короткого замыкания $\underline{Z}_k \approx (\underline{Z}_{11} - \underline{Z}'_{22})$, то при КЗ из-за малого насыщения магнитной системы трансформатора можно пренебречь током намагничивания, а также и магнитными потерями в нем. Если ток намагничивания будет равен нулю, то имея в виду уравнение связи $W_1 i_1 + W_2 i_2 = 0$, легко находится соотношение $i_1 = -i_2 \left(\frac{W_2}{W_1}\right)$. В данном случае матрица тензора преобразования $\mathbf{C}$ будет соответствовать столбцу $2'$ матрицы тензора $\mathbf{C_m}$. Это означает, что приведение параметров выполнено к вторичной нагрузочной обмотке трансформатора. Тогда из формулы для $\mathbf{Z'}$ после исключения тока намагничивания и соответствующего преобразования можно получить новую формулу для импеданса.

$$\underline{\mathbf{Z}}' = \begin{array}{c} 2' \\ 2' \end{array}\boxed{\begin{array}{c} \underline{Z}_{22} - 2\left(\frac{W_2}{W_1}\right)\underline{Z}_{12} \\ +\left(\frac{W_2}{W_1}\right)^2 \underline{Z}_{11} \end{array}} = \begin{array}{c} 2' \\ 2' \end{array}\boxed{\underline{Z}'_{2-1}} \qquad (10)$$

Следовательно, вместо исходной матрицы тензора импеданса $\mathbf{Z}$, содержащего четыре параметра $(\underline{Z}_{11} = W_1^2\underline{z}_{11};\ \underline{Z}_{22} = W_2^2\underline{z}_{22};\ \underline{Z}_{12} = \underline{Z}_{21} = W_1W_2\underline{z}_{12})$, в результате исключения тока намагничивания получается новая величина импеданса трансформатора, содержащая только один единственный параметр. Формулы, приведенные выше в круглых скобках, выражают соответствующие импедансы в терминах импеданса отдельного витка. Для того, чтобы вместо «элементарной» цепи трансформатора, представляемой исходной матрицей импеданса $\mathbf{Z}$, найти новую, тоже характеризуемую четырёхэлементной эквивалентной матрицей, но с параметром $\underline{Z}'_{2-1}$, нужно выполнить преобразование $\mathbf{Z}' = \mathbf{C_t Z C} = \underline{Z}'_{2-1}$. Оно имеет вид:

$$\begin{array}{c} 1' \quad 2' \\ 2' \end{array}\boxed{\begin{array}{cc} -\frac{W_2}{W_1} & 1 \end{array}} \cdot \begin{array}{c} 1' \\ 2' \end{array}\boxed{\begin{array}{cc} 0 & -\frac{1}{2}\left(\frac{W_1}{W_2}\right)\underline{Z}'_2 \\ -\frac{1}{2}\left(\frac{W_1}{W_2}\right)\underline{Z}'_2 & 0 \end{array}} \cdot \begin{array}{c} 2' \\ 1' \\ 2' \end{array}\boxed{\begin{array}{c} -\frac{W_2}{W_1} \\ 1 \end{array}} = \begin{array}{c} 2' \\ 2' \end{array}\boxed{\underline{Z}'_{2-1}} \qquad (11)$$

Величина

$$-\frac{1}{2}\left(\frac{W_2}{W_1}\right)\underline{Z}'_2 = -\frac{1}{2}W_1W_2\left(\underline{z}_{11} - 2\underline{z}_{12} + \underline{z}_{22}\right) = \underline{Z}_{2-1} \qquad (12)$$

называется «не приведённым импедансом короткого замыкания» или «импедансом (реактансом) потерь». Например, для трёхобмоточного трансформатора, если $\underline{Z}'_{2-3}$ приведено к первичной обмотке, то не приведённый импеданс будет равен:

$$\underline{Z}_{2-3} = -\frac{1}{2}\frac{W_2W_3}{W_1W_1}\underline{Z}'_{2-3} \qquad (13)$$

Его называют не приведённым, поскольку он не приведен ни к одной из обмоток. Следовательно, если на одном замкнутом сердечнике будет расположено m обмоток, то в терминах реальных витков импедансов потерь тензор импеданса "элементарного" многообмоточного трансформатора будет представляться матрицей, имеющей нулевые компоненты на главной диагонали и содержащей недиагональные элементы при реальных числах витков. Она имеет вид

$$\mathbf{Z} = \begin{array}{c|cccccc} & 1 & 2 & \dots & k & \dots & m \\ 1 & 0 & z_{1-2} & \dots & z_{1-k} & \dots & z_{1-m} \\ 2 & z_{2-1} & 0 & \dots & z_{2-k} & \dots & z_{2-m} \\ \vdots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ k & z_{k-1} & z_{k-2} & \dots & 0 & \dots & z_{k-m} \\ \vdots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ m & z_{m-1} & z_{m-2} & \dots & z_{m-k} & \dots & 0 \end{array}, \qquad (14)$$

где учтено пренебрежение током намагничивания. Такая замена реальных импедансов импедансами короткого замыкания позволяет ввести в анализ воображаемые обмотки с нулевыми собственными сопротивлениями, а также матрицы, у которых диагональные компоненты равны нулю. При приведении импедансов к первичной обмотке с числом витков W_1 взаимные импедансы определяются формулой

$$z_{m-k} = -\frac{1}{2}z'_{mk}\frac{W_kW_m}{W_1W_1} \qquad (15)$$

Заметим, что тензоры импедансов трехфазных многообмоточных трансформаторов в матричной форме записи могут быть представлены в любой системе координат соответственно 3n-мерными матрицами в зависимости от числа степеней свободы конкретного трансформатора. Компоненты этих матриц могут представлять как действительные, так и воображаемые импедансы. В «элементарной» компаунд-сети двухобмоточный трехфазный трансформатор изображается двумя «обобщенными ветвями», а трехобмоточный – тремя, и т. д. Если между двумя устройствами (например, между двумя трехфазными ЛЭП) существует еще и электромагнитная связь, то раскрытый тензор импеданса «элементарной» сети для обеих ЛЭП будет 6x6 матрицей, состоящей из 36 элементов. После представления трехфазных устройства компаундными обмотками их последовательное и параллельное соединение

может быть заменено соединением этих компаунд-ветвей. Тогда схемы компаунд-сетей несимметричных трехфазных систем становятся полностью идентичными однолинейным симметричным трехфазным цепям. Подчеркнем, что основное преимущество применения компаунд-тензоров заключается в том, что для анализа любого трехфазного устройства может быть использована любая, произвольно выбранная система координат. Замена или преобразование координат для каждого отдельного устройства будет при этом осуществляться с помощью стандартных автоматических операций, не затрагивающих другие элементы сложной СЭС. Особый интерес вызывает протекание компаунд-токов через компаунд -сети и появление новых переменных при изменении топологии компаунд-устройств

ОСОБЕННОСТИ ПРОТЕКАНИЯ ТОКОВ В КОМПАУНД-СЕТЯХ И СПОСОБЫ ИХ ОПРЕДЕЛЕНИЯ

В общем случае в трёхфазной компаунд-сети тензоры тока и импеданса отдельных компаунд-устройств, представленные в различных системах обобщённых координат, могут быть выражены через соответствующие тензоры преобразования. Такая замена, например, осуществима при последовательном соединении нескольких устройств, когда их токи могут быть записаны в виде выражения $C_k i$, то есть в устройстве с тензором импеданса Z_k вместо тока i будет протекать ток $C_k i$. На практике чаще всего C_k являются единичными тензорами, но при вводе различных координатных осей в разных элементах они таковыми уже не являются.

Рассмотрим способ, с помощью которого отдельные координатные оси каждого устройства можно заменить «отдельными тензорами преобразования» на простом примере двух обмоток, соединенных последовательно.

Когда речь идет об обычных обмотках с импедансами Z_1 и Z_2, то по ним и по проводнику, их соединяющему, протекает один и тот же ток. Однако, в компаундных обмотках трехфазных устройств, представляемых в различных системах координат, надо в процессе операции ввода или вывода тока из одного компаунд-элемента в другой компаунд-элемент учитывать отмеченное обстоятельство. Такой ввод с зажимов соседних компаунд-элементов и появление тока в данном конкретном элементе можно рассматривать как процесс замены координат. Тогда, выражая ток в каждом из трех элементов в принятой для них собственной системе координат, можно записать ток в Z_1 в виде $\mathbf{C_1 i}$ и соответственно в Z_2 как $C_2 i$, а в соединительном проводе как $C_c i$. Отсюда видно, что изменение отдельных координатных систем проявляется в этом примере при входе или выходе тока из компаундных обмоток. Однако следует различать два варианта появления токов в обмотках. Токи могут входить в обмотку через зажимы от других обмоток, но могут также порождаться в виде новых переменных в самой обмотке. В любом случае появление тока в обмотке или при его выходе из нее можно представлять соответствующим преобразованием осей координат с помощью **C**.

Следовательно, тензор тока может приобретать отдельный тензор преобразования в следующих случаях: при входе в обмотку через зажимы, если система координат тока отличается от системы координат обмотки; при выходе тока из обмотки через ее зажимы в соединяющую сеть, если ее система координат отличается от системы, принятой для тока; при появлении тока в обмотке в качестве новой переменной, если система координат обмотки и тока отличаются. Таким образом, ток приобретает определенный тензор преобразования каждый раз при появлении новой системы координат, которая отличается от системы координат, выбранной для тока. Иногда говорят, что ток **i** приобрел свой тензор преобразования, а заодно и присвоил себе его свойства.

Заметим, что для тензорного тока **i**, проникающего в компаунд-сеть, соблюда-

ются все законы обычных электрических цепей, включая законы Кирхгофа, сформулированные для компаунд-узлов. “Узловые” и “обмоточные” тензоры не изменяют самих величин токов, а представляют их в отдельных системах координатных осей для каждого из рассматриваемых устройств. При этом сохраняется непрерывность тока по всей компаунд-сети точно также, как и для обычных цепей. В [10] рекомендуется различать эти два типа тензоров преобразования и называть их соответственно “узловыми” и “обмоточными”. Если ток приобретает тензор преобразования при его входе в сеть или выходе из сети, то такой отдельный трёхфазный тензор преобразования называется “узловым”. Когда же ток приобретает тензор преобразования из-за выбора новых переменных, то тогда его называют “обмоточным”. Единственное отличие способов определения токов в компаунд-сетях и в обычных цепях состоит лишь в необходимости задании тензора тока в компаунд-сети с помощью индивидуального тензора преобразования.

УЗЛОВЫЕ ТЕНЗОРЫ И ИХ ПРИМЕНЕНИЕ

Своеобразным и наиболее важным для практики примером компаунд-узла, изменяющего оси координат вследствие топологии устройства, является подключение ЛЭП к обмотке трехфазного устройства, соединенного в «треугольник». Замена трёхфазного элемента, соединённого в “треугольник” одной компаунд-обмоткой (рис. 1), приводит к возникновению новых компаунд-переменных. Преобразование токов в “треугольнике” на токи в присоединяемой ЛЭП осуществляется с помощью соответствующего тензора $\mathbf{C}_{\Delta}$**.** Рядом с рис. 1 представлены матрицы преобразования $\mathbf{C}_{\Delta}$ и $\mathbf{C}'_{\Delta}$, которые заменяют токи в “треугольнике” на токи в ЛЭП:

$$C_{\Delta} = \begin{array}{c} \\ a \\ b \\ c \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{ccc} a' & b' & c' \end{array} \\ \begin{pmatrix} & 1 & -1 \\ -1 & & 1 \\ 1 & -1 & \end{pmatrix} \end{array} \qquad C'_{\Delta} = \begin{array}{c} \\ 0 \\ 1 \\ 2 \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{ccc} 0' & 1' & 2' \end{array} \\ \begin{pmatrix} & & \\ & a^2 - a & \\ & & a - a^2 \end{pmatrix} \end{array} \tag{16}$$

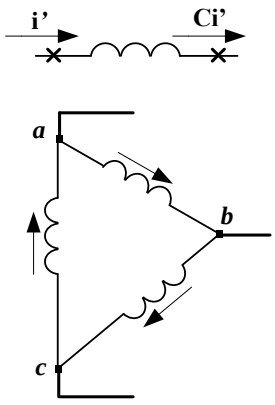


Рис. 1. Замена трехфазного элемента компаунд-обмоткой
Fig. 1. Replacement of three-phase element with compound winding

Когда компаунд-обмотка представляет собой трехфазное устройство, соединенное в «треугольник», то нужно считать, что именно в нем образуются новые переменные. Если координатные оси изменяются, причём таким образом, что ток $\mathbf{i}'$

претерпевает изменение при входе или выходе через зажимы обмотки согласно закону Ci', то оба узла её или зажима целесообразно помечать каким-либо образом, например, знаком умножения "×" или иным значком. На рис. 1 знаком "×" отмечен трёхфазный элемент, представляющий соединение в "треугольник". Тензоры $\mathbf{C}_\Delta$ и $\mathbf{C'}_\Delta$ даны соответственно для фазных *a, b, c* и координат последовательностей 0, 1, 2. Число осей координат в "треугольнике" равно трем, и оно не изменяется. Эти тензоры преобразования могут использоваться для любых задач, где имеет место соединение в "треугольник". Число "узловых" тензоров для трёхфазных систем может быть велико, поскольку существует множество различных типов соединения трёхфазных устройств. Поэтому желательно иметь соответствующие таблицы их в различных системах координат, чтобы использовать без всяких изменений. Конечно, можно считать, что все компаунд-узлы приводят к изменению систем координат, но для многих из них тензоры преобразования являются, как уже было отмечено, диагональными единичными тензорами. Помимо тензора преобразования $\boldsymbol{C}_\Delta$, изменяющего оси координат при соединении в "треугольник", целесообразно выделить ещё и компаунд-элемент, характеризуемый импедансом заземления. Он появляется в случае, когда трёхфазное устройство соединяется в "звезду", а её нейтраль заземляется через сопротивление Z_N. Такой компаунд-узел вводит сингулярное преобразование. Поскольку ток в нейтрали в общем случае определяется суммой трёх токов фаз, то тензор преобразования C_N, преобразующий токи фаз i' в ток i_N нейтрали по формуле $i_N = C_N i'$, представляется последней строкой в тензоре преобразования C, определяющего полный тензор импеданса Z' последовательного соединения элементов фаз и заземления. Эти тензоры имеют вид:

$$\mathbf{Z} = \begin{array}{c|cccc} & a & b & c & N \\ a & Z_{aa} & Z_{ab} & Z_{ac} & \\ b & Z_{ba} & Z_{bb} & Z_{bc} & \\ c & Z_{ca} & Z_{cb} & Z_{cc} & \\ N & & & & Z_{NN} \end{array}$$

$$\mathbf{C} = \begin{array}{c|ccc} & a' & b' & c' \\ a & 1 & & \\ b & & 1 & \\ c & & & 1 \\ N & 1 & 1 & 1 \end{array}, \qquad (17)$$

$$\mathbf{Z'} = \begin{array}{c|ccc} & a' & b' & c' \\ a' & Z_{aa}+Z_N & Z_{ab}+Z_N & Z_{ac}+Z_N \\ b' & Z_{ba}+Z_N & Z_{bb}+Z_N & Z_{bc}+Z_N \\ c' & Z_{ca}+Z_N & Z_{cb}+Z_N & Z_{cc}+Z_N \end{array}$$

причём $Z' = C_t Z C$, где Z – тензор импеданса "элементарной" цепи. Следовательно, общий импеданс элементов "звезды" и "заземления" с Z_N можно в компаунд-сетях заменить одной компаунд-обмоткой. Она представляет собой эквивалентную заземлённую "звезду" без импеданса заземления (Z_N=0) с увеличенными собственными и взаимными импедансами фаз на Z_N. Ниже на конкретном примере будет обращено особое внимание еще и на формирование компаунд-тензоров различных коротких замыканий (КЗ).

ПОСТРОЕНИЕ КОМПАУНД-СЕТИ ТРЕХФАЗНОЙ СИСТЕМЫ И ОПРЕДЕЛЕНИЕ РЕЗУЛЬТИРУЮЩЕГО ТЕНЗОРА ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ЕЕ ПРИ НЕСИММЕТРИЧНЫХ КЗ

На простейшем примере конкретной трехфазной системы проиллюстрируем процесс построения компаунд-сети и при-

менение приведенного выше алгоритма для составления ее уравнений. Простая схема СЭС в примере выбрана с целью избежать записи громоздких матриц в тексте статьи. На рис 2, а показана однолинейная схема исследуемой СЭС, состоящая лишь из четырех трехфазных устройств. От генератора Г напряжением 10 кВ через трансформатор Т и ЛЭП питается нагрузка Н напряжением 0,4 кВ. Соединения обмоток разных устройств в «звезду» и «треугольник» выбраны произвольно, исходя из методических соображений. Параметры всех элементов, показанных на однолинейной схеме данной СЭС, предполагаются заданными в фазных или в координатах последовательностей. В начале ЛЭП на выводах трансформатора возникает двухфазное короткое замыкание двух фаз (*b* и *c*) на землю ($К^{(1,1)}$). Оно представляет собой пятый элемент трехфазной системы П, требующий специального рассмотрения. В примере необходимо определить результирующий тензор преобразования, а также тензоры тока КЗ и напряжения на отдельных элементах данной трёхфазной системы в фазных координатах. Решение требуется найти в общем виде.

Решение. Представим сначала однолинейную схему СЭС в трёхфазном исполнении, отметив на ней действительные токи $\mathbf{i}'$ во всех ветвях (рис. 2, б), но пока без учета токов ветвей КЗ. Элемент П, представляющий КЗ или другое повреждение в трехфазной системе, раскрывается в каждом конкретном случае по-разному и зависит от вида повреждения. Токи в нем для данного примера будут представлены позже.

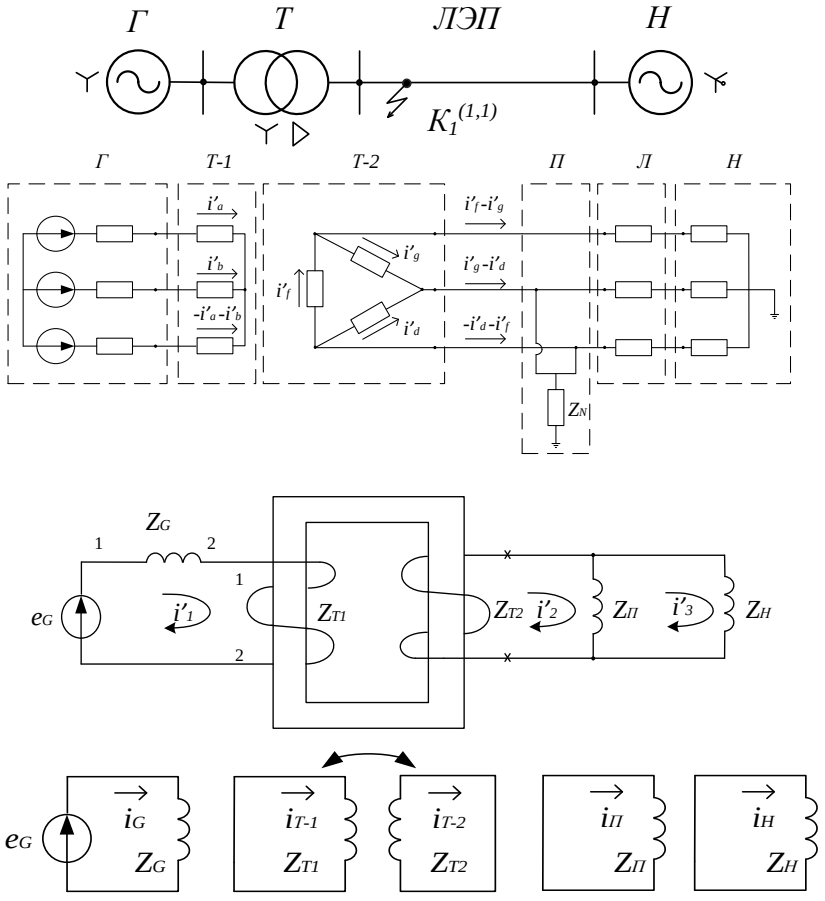


Рис. 2. Схемы исследуемой компаунд сети. Однолинейная схема (а), трёхфазная схема замещения (б), трехконтурная компаунд-сеть (в), «элементарная» компаунд-сеть (г)

Fig. 2. Schematics of the compound network under study. Single-line diagram (a), three-phase substitution diagram (b), three-circuit compound network (c), ‘elementary’ compound network (d)

Оценка устойчивости должна учитывать не только воздействие на окружающую среду, но и другие показатели, такие как На рис.2, в показана компаунд-сеть анализируемой СЭС. В нее введена компаунд-обмотка Zп, присоединенная к двум точкам компаунд-сети и имитирующая замыкание двух фаз на землю $К^{(1,1)}$. На рис. 2 г изображена “элементарная” компаунд-сеть в виде отдельных компаунд-ветвей с указанием магнитной связи между обмотками трансформатора. Особенность рассматриваемой «элементарной» компаунд-сети заключается в появлении в ней обмотки несимметричного КЗ. Существует много различных типов повреждений: междуфазных коротких замыканий или замыканий фаз на землю, а также заземлений фаз в некоторых точках сети. Любое из них можно также рассматривать как отдельную компаундную обмотку Zп, присоединённую параллельно к сети в двух точках, как это показано на рис. 2, в. Естественно, что каждая компаунд-обмотка любого замыкания привносит новую переменную $\boldsymbol{i_п}$, поскольку вводит в рассмотрение новый контур в компаунд-сети. Каждое из этих отдельных устройств замыкания или повреждения может представляться в собственных координатных осях, например, в действительных осях фаз или в осях последовательностей в виде несбалансированного трёхфазного устройства. Все отдельные тензоры импеданса такого рода повреждений (замыканий) являются частными случаями, определяемыми из записанных в общем виде выражений для тензоров импеданса любого трёхфазного устройства (7,17). Заметим только, что компаунд-сеть с двумя или большим числом повреждений, включая и КЗ, анализируется точно также, как и обычная контурная (узловая или ортогональная) компаунд сеть, причем ее элементы П могут быть представлены в любых координатах.

На практике для представления и анализа многих типов КЗ иногда целесообразно найти предварительно тензоры импеданса относительно тех или иных двух точек исходной сети без КЗ, заменив элемент места повреждения эквивалентным генератором. Эта процедура оказывается эквивалентной измерению импеданса сети с помощью КЗ. Ведение дополнительного контура путем приложения известного напряжения или ЭДС с безымпедансной ветвью между двумя точками или узлами системы позволяет вычислить ток и найти её импеданс. Так, например, решается задача по определению импеданса куба между точками его диагонали, состоящего из 12 ребер, каждое из которых имеет импеданс Z. Сеть в виде куба характеризуется 8 узлами и 5 = 12 - (8 -1) контурами .Вводя шестой дополнительный контур и применяя формулу редукции легко находим, что искомый импеданс равен 5Z/6. Такой метод отдельного расчета сети и несимметричных КЗ наиболее эффективен при вводе симметричных составляющих, когда сеть является сбалансированной.

Для решаемого примера место повреждения включает и “замыкание”, и “заземление”. Узловой тензор импеданса заземления в компаунд сетях и тензор элемента, соединенного в «звезду», как правило, образуют последовательную цепь. В отсутствие токов замыкания такой узел можно характеризовать сингулярным преобразованием, сокращающим число координатных осей. Ток, протекающий через импеданс заземления, может быть заменен тремя токами в вершинах «звезды» на ток $\mathbf{i} = \mathbf{C_g i_З}$ заземлении. Поскольку в нашем примере импеданс “заземления” Z_N образует свою компаунд-обмотку, соединённую последовательно с компаунд-обмоткой “замыкания”, то с целью упрощения можно считать, что компоненты Z_N объединены с тремя обмотками тензора “замыкания”. Обозначим этот суммарный импеданс через $Z_П$. Такое же замечание можно сделать и в отношении соединения импедансов ЛЭП и нагрузки и объединить их в один общий элемент с импедансом $Z_Н$. Таким образом, полный импеданс $Z_Э$ “элементарной” цепи будет представляться матрицей (5×5), а компаунд-сеть включать три независимых контура. По их числу выбирается

три независимые переменные – компаунд-токи, обозначенные на рис. 2, в) через i'_1, i'_2, i'_3. Вектор приложенной ЭДС e_G имеет компоненты только в элементе G. Импеданс повреждения $Z_П$ определяется из (6) для случая $K^{(1,1)}$. Его матрица записана ниже в фазных осях и в осях последовательностей. Трёхфазные тензоры Z_G и Z_H имеют по три строки и столбца и определяются первой формулой выражения (6). Следовательно, имеем:

$\mathbf{Z_Э}=$

	G	T1	T2	П	H
G	$\mathbf{Z_G}$				
T1			$\mathbf{Z_{T1-T2}}$		
T2		$\mathbf{Z_{T2-T1}}$			
П				$\mathbf{Z_П}$	
H					$\mathbf{Z_H}$

;

$\mathbf{e}=$

G	T1	T2	П	H
$\boldsymbol{e_G}$				

; (18)

$\mathbf{Z_П}=$

	a	b	c
a			
b		$Z_П$	$Z_П$
c		$Z_П$	$Z_П$

;

$\mathbf{Z_П}= \frac{1}{3}$

	0	1	2
0	$4Z_П$	$-2Z_П$	$-2Z_П$
1	$-2Z_П$	$Z_П$	$Z_П$
2	$-2Z_П$	$Z_П$	$Z_П$

.

Далее анализ проводится по стандартному алгоритму, совпадающему полностью с тензорным методом расчёта обычных контурных сетей, важнейшим этапом в котором является определение тензора преобразования. Он находится путём сравнения токов в обмотках “элементарной” компаунд-сети и данной компаунд-сети. Эти соотношения в примере имеют вид: $\mathrm{i_G} = -\mathrm{C_G i'_1}$; $\mathrm{i_{T1}} = \mathrm{C_G i'_1}$; $\mathrm{i_{T2}} = \mathrm{i'_2}$; $\mathrm{i_П} = \mathrm{C_П i'_3}$; $\mathrm{i_H} = \mathrm{C_Δ i'_2} + \mathrm{C_П i'_3}$. Тензор преобразования $\mathrm{C_G}$ исключает из рассмотрения ток $i'_c = -i'_a - i'_b$. Тензоры $\mathbf{C_П}$ и $\mathbf{C_Δ}$ были подробно рассмотрены выше. Для данного примера они представляются соответствующими матрицами в фазных координатах и в координатах последовательностей и имеют вид.

$\mathbf{C_G}=$

	a′	b′
a	1	
b		1
c	-1	-1

,

	1′	2′
0		
1	1	
2		1

;

$\mathbf{C_П}=$

	k′	ℓ′
h		
k	1	
ℓ		1

,

	1′	2′
0	-1	-1
1	1	
2		1

. (19)

Тензор тока $\mathbf{i'_1}$ имеет две компоненты (i'_a и i'_b), поскольку $i'_c = -i'_a - i'_b$ (рис.1, б). В “треугольнике” T2 ток $\mathrm{i'_2}$ имеет три компоненты (i'_d, i'_f, i'_q), а через замыкание протекает ток $\mathrm{C_П i'_П}$, имеющий две компоненты (i'_k, i'_ℓ). Коэффициенты при новых контурных токах дают тензор преобразования $\mathrm{C_1}$. Чтобы исключить ток намагничивания трансформатора с помощью тензора преобразования $\mathrm{C_2}$, определим этот тензор, воспользовавшись уравнением связи, которое соответствует схеме после соединения трансформатора с другими элементами компаунд-сети.

Это уравнение имеет вид: $(\mathrm{C_G} W_1 \mathrm{i'_1} + W_2 \mathrm{i'_2}) = 0$. Исключив из него ток $\mathrm{i'_2} = -W_2^{-1} W_1 \mathrm{C_G i'_1}$, представляем уравнение связи преобразованием $\mathrm{i'} = \mathrm{C_2 i''}$ и находим $\mathrm{i'_1} = \mathrm{i''_1}$; $\mathrm{i'_2} = -W_2^{-1} W_1 \mathrm{i''_1}$; $\mathrm{i'_3} = \mathrm{i''_3}$. Матрица преобразования $\mathrm{C_2}$, исключающая из рассмотрения ток намагничивания трансформатора, приведена выше. Далее, определив результирующий тензор преобразования $\mathrm{C} = = \mathrm{C_1 C_2}$, находим тензор импеданса для всей системы $\mathrm{Z''} = \mathrm{C_t^* Z C}$

$\mathbf{C_1} =$

	1′	2′	3′
G	$-\mathbf{C_G}$		
T1	$\mathbf{G}$		
T2		$\mathbf{I}$	
П			$\mathbf{C_П}$
H		$\mathbf{C_Δ}$	$\mathbf{C_П}$

; (20)

$$\mathbf{C}_2 = \begin{array}{c|cc} & i''_1 & i''_\Pi \\ 1' & \mathbf{I} & \\ 2' & -\frac{W_2}{W_1} & \\ 3' & & \mathbf{I} \end{array};$$

$$\mathbf{C} = \mathbf{C}_1\mathbf{C}_2 = \begin{array}{c|cc} & i''_1 & i''_\Pi \\ G & -\mathbf{C_G} & \\ T1 & \mathbf{C_G} & \\ T2 & -\frac{W_2}{W_1} & \\ \Pi & & \mathbf{C}_\Pi \\ H & -\mathbf{C}_\Delta\frac{W_2}{W_1} & \mathbf{C}_\Pi \end{array}; \quad (21)$$

$$\mathbf{Z}'' = \begin{array}{c|cc} & a'' & \Pi'' \\ a'' & \mathbf{C}^*_{Gt}\mathbf{Z_G}\mathbf{C_G} - \mathbf{C}_{Gt}\mathbf{Z}_{T1-T2}K_T - K_T^*\mathbf{Z}_{T1-T2}\mathbf{C_G} + K_T^*\mathbf{C}^*_{\Delta t}\mathbf{Z_H}\mathbf{C}_\Delta K_T & -K_T^*\mathbf{C}^*_{\Delta t}\mathbf{Z}_\Pi\mathbf{C}_\Pi \\ \Pi'' & -\mathbf{C}^*_{\Pi t}\mathbf{Z}_\Pi\mathbf{C}_\Delta K_T & \mathbf{C}^*_{\Pi t}(\mathbf{Z}_\Pi + \mathbf{Z}_H)\mathbf{C}_\Pi \end{array},$$

где $K_T = {}^{W_2}/_{W_1}$. Тензор тока вычисляется по выражению $\mathbf{i}'' = \mathbf{Z}''\mathbf{e}''$, где:

$$\mathbf{e}'' = \mathbf{C}_t^*\mathbf{e} = \begin{array}{cc} a'' & f'' \\ \mathbf{C}^*_{Gt}\mathbf{e_G} & 0 \end{array}. \quad (22)$$

Если исключить по формуле редукции координатную ось a'', то получим две переменные – токи в месте замыкания $K^{(1,1)}$. По известному току $\mathbf{i}''$ определяются напряжения на всех компаунд-обмотках согласно матричному выражению $\mathrm{u} = \mathrm{ZCi}''$. Они равны: $\mathrm{u_G} = -\mathrm{Z_G C_G i}''_a$; $\mathrm{u_{T1}} = -\mathrm{Z_{T1-T2}}K_T\mathrm{i}''_a$; $\mathrm{u_{T2}} = \mathrm{Z_{T1-T2}C_G i}''_a$; $\mathrm{u_\Pi} = \mathrm{Z_\Pi C_\Pi i}''_\Pi$; $\mathrm{u_H} = -\mathrm{Z_H C_\Delta}K_T\mathrm{i}''_a + \mathrm{Z_H C_\Pi i}''_\Pi$.

Из рассмотренного примера следует, что данный метод нетрудно распространить на анализ одновременных КЗ и других повреждений в трехфазных системах. Он остается неизменным для любой другой компаунд-сети.

ВЫВОДЫ

1. Визуализация тензорных уравнений с помощью компаунд-сетей позволяет разделять сложные электроэнергетические системы на составные части, учитывая как функциональные, так и физические признаки, характеризующие особенности конкретных многофазных устройств.

2. Основное преимущество использования компаунд-тензоров проявляется при анализе несимметричных режимов трехфазных систем, допускающем свободное применение любых координатных осей для разных устройств.

Задачи анализа обычно сводятся к определению по заданным параметрам электрических систем параметров их режима: токов, напряжений и мощностей. Однако, они могут быть и более сложными, например, при расчёте сложных повреждений или при изменении некоторых параметров системы или режима.

3. Полученные однажды тензоры импеданса и тензоры преобразования для частного трехфазного устройства, относительно разных типов координатных осей, могут быть использованы в других электроэнергетических системах без каких-либо изменений.

В заключение необходимо подчеркнуть, что несомненным достоинством компаунд-тензоров и мультитензоров является их способность адекватно представлять с большой общностью сведения о составе, структуре и алгоритмах функционирования управляемых систем, описываемых в форме тензорных уравнений.

Главное же преимущество применения компаунд-тензоров и компаунд-сетей заключается в полной свободе выбора и замены осей координат для отдельных элементов анализируемых систем. И хотя в тензорном методе анализа удаётся каждый этап уже решённых задач использовать многократно и автоматически при решении других более сложных задач, например, асимметричных сетей при наличии абсолютных значений или фазовых углов токов и напряжений, а также включающих электрические машины и преобразовательные электронные устройства, всё же иногда могут потребоваться и различного рода аппроксимации и применение метода последовательных интервалов или пошаговых решений.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ахметбаев, Д. С., Бердыгожен, А. Д. Топологический метод формирования узловых уравнений в обращенной форме для электроэнергетических систем. Электричество. 2018. №5. С. 18 -27.

2. Вихарев, Д. Ю., Воробьева, Е.А., Ганджаев, Д. И. Эквивалентирование участков электроэнергетических систем на основе режимных параметров в узлах эквивалентирования. Вестник Ивановского государственного энергетического университета. 2023. Т. 10, № 1. С. 25 -30.

3. Волосова, А. В. Использование тензорной модели для обработки неопределенности в сложных динамических системах. Computational Nantechnology. 2023. Т. 10, № 1. С. 79 -87.

4. Воронов, П. Л. Особенности применения матриц преобразования и уравнений связи при анализе несимметричных повреждений. Вестник ЮУрГУ. «Энергетика». Т.18, №1. 2018. С.27-37.

5. Воронов, П. Л. Расчёт по частям трёхфазных сетей при несимметричных и сложных видах повреждений. Вестник Чувашского университета. 2017. №1. С.76-87.

6. Воропай, Н. И., Стенников В. А. Интегрированные энергетические системы. Известия Российской АН. Энергетика. 2014. №1. С. 64 -73.

7. Гридин, В. Н., Анисимов, В. И., Васильев А. В. Методы расчета переходных процессов в больших электронных схемах на основе диакоптики. Информационные технологии. 2021. Т27, № 11. С. 575 -581.

8. Гуревич, В. И. Интеллектуальные сети: новые перспективы или новые проблемы? Электротехнический рынок. 2012. №6(36). С. 62 -66.

9. Дубровин, Б. А., Новиков, С. П., Фоменко, А. Е. Современная геометрия: методы и приложения. М.: Наука, 1979. 760 с.

10. Илюшин, П. В., Вольный, В. С. Обзор структур микросетей низкого напряжения с распределенными источниками энергии. Релейная защита и автоматизация. 2023. №01 (50). С. 68 -80.

11. Крон, Г. Тензорный анализ. М: Советское радио, 1978. 720 с.

12. Крон, Г. Исследование сложных систем по частям. М.: Наука, 1972. 544 с.

13. Кронгауз, Д. Э. Расчет распределительной сети на основе трехфазных схем замещения. Электроэнергия. 2023. №5 (80). С. 34 -39.

14. Лоскутов, А. Б., Соснина, Е. Н., Лоскутов, А. А, Топология городских распределительных интеллектуальных электрических сетей 20 кВ. Промышленная энергетика. 2012. №5. С. 11 -17.

15. Новосельцев, В. И. Сырцов, В. А. Представление знаний в информационных системах на основе тензорного анализа Крона. Инновации в образовании. ИнВест-Регион. 2006. №5. С.40-44.

16. Самородов, Г. И., Красильникова, Т. Г., Махмудов, К. А. Метод анализа аварийных режимов в линиях электропередачи при сложной несимметрии параметров с использованием фазных координат. Электричество. 2023. №11. С. 9 -16.

17. Щедрин, В. А., Ермолаева, Н. М. Автоматическое деление на части схем замещения электрических систем по критерию минимизации памяти и времени счета на ЭВМ. Вестник Чуваш. ун-та. 2014. С. 103 - 111.

18. Бушуева, В. В., Ливинского, П. А. Энергоэффективный мегаполис – Smart City «Новая Москва» / под редакцией. М.: ИД «Энергия», 2015. 76 с.

19. Хэпп, Х. Х. Кусочные методы и их применение в энергетических системах. 1980. 405 С.

20. Хоффман, Б. Матрицы тензора. Джей. Франклин. 1968. № 286. С. 557-560.

21. Крон, Г. Тензоры для схем. Издательство Дувр. 1959. 600 С.

REFERENCES

1. Akhmetbaev, D. S., Berdygozhen, A. D. Topologicheskii metod formirovaniya uzlovykh uravnenii v obrashchennoi forme dlya elektroenergeticheskikh system. Berdygozhen A.D. Topological method of forming nodal equations in reversed form for electric power systems. Elektrichestvo, 2018, no. 5, pp. 18 -27.

2. Vikharev, D. Yu., Vorob'eva, E.A., Gandzhaev, D.I. Ekvivalentirovanie uchastkov elektroenergeticheskikh sistem na osnove rezhimnykh parametrov v uzlakh ekvivalen-

tirovaniya. Equivalence of sections of electric power systems based on operating parameters in equivalence nodes. Vestnik Ivanovskogo gosudarstvennogo energeticheskogo universiteta, 2023, T. 10, no. 1, pp. 25 -30.

3. Volosova, A.V. Ispol'zovanie tenzornoi modeli dlya obrabotki neopredelennosti v slozhnykh dinamicheskikh sistemakh. The use of a tensor model for processing uncertainty in complex dynamical systems. Computational Nantechnology, 2023, T. 10, no. 1, pp. 79 -87.

4. Voronov, P. L. Osobennosti primeneniya matrits preobrazovaniya i uravnenii svyazi pri analize nesimmetrichnykh povrezhdenii. Features of the application of transformation matrices and coupling equations in the analysis of asymmetric damages. Vestnik YuUrGU. «Energetika», T.18, no. 1, 2018, pp.27-37.

5. Voronov, P. L. Raschet po chastyam trekhfaznykh setei pri nesimmetrichnykh i slozhnykh vidakh povrezhdenii. Calculation of parts of three-phase networks with asymmetric and complex types of damage. Vestnik Chuvashskogo universiteta, 2017, no. 1, pp.76-87.

6. Voropai, N. I., Stennikov, V. A. Integrirovannye energeticheskie sistemy. Integrated energy systems. Izvestiya Rossiiskoi AN. Energetika, 2014, no. 1, pp. 64 -73.

7. Gridin, V. N., Anisimov, V. I., Vasil'ev, A. V. Metody rascheta perekhodnykh protsessov v bol'shikh elektronnykh skhemakh na osnove diakoptiki. Methods of calculating transients in large electronic circuits based on diacoptics. Informatsionnye tekhnologii, 2021, T27, no. 11, pp. 575 -581.

8. Gurevich, V. I. Intellektual'nye seti: novye perspektivy ili novye problemy? Smart grids: new perspectives or new challenges?. Elektrotekhnicheskii rynok, 2012, no. 6(36), pp. 62 -66.

9. Dubrovin, B. A., Novikov, S. P., Fomenko, A. E. Sovremennaya geometriya: metody i prilozheniya. Modern geometry: methods and applications. M.: Nauka, 1979, 760 p.

10. Ilyushin, P. V., Vol'nyi, V. S. Obzor struktur mikrosetei nizkogo napryazheniya s raspredelennymi istochnikami energii. Review of the structures of low-voltage microgrids with distributed energy sources. Releinaya zashchita i avtomatizatsiya, 2023, no. 01 (50), pp. 68-80.

11. Kron, G. Tenzornyi analiz. Tensor analysis. M: Sovetskoe radio, 1978, 720 p.

12. Kron, G. Issledovanie slozhnykh sistem po chastyam. Investigation of complex systems in parts. M.: Nauka, 1972, 544 p.

13. Krongauz, D. E. Raschet raspredelitel'noi seti na osnove trekhfaznykh skhem zameshcheniya. Calculation of the distribution network based on three-phase substitution schemes. Elektroenergiya, 2023, no. 5 (80), pp. 34 -39.

14. Loskutov, A. B., Sosnina, E. N., Loskutov, A. A, Topologiya gorodskikh raspredelitel'nykh intellektual'nykh elektricheskikh setei 20 kV. Topology of urban distribution intelligent electric networks of 20 kV. Promyshlennaya energetika, 2012, no. 5, pp. 11 -17.

15. Novosel'tsev, V. I. Syrtsov, V. A. Predstavlenie znanii v informatsionnykh sistemakh na osnove tenzornogo analiza Krona. Representation of knowledge in information systems based on the tensor analysis of the Crown. Innovatsii v obrazovanii. InVestRegion, 2006, no. 5, pp.40-44.

16. Samorodov, G. I., Krasil'nikova, T. G., Makhmudov, K. A. Metod analiza avariinykh rezhimov v liniyakh elektroperedachi pri slozhnoi nesimmetrii parametrov s ispol'zovaniem faznykh koordinat. Method of analyzing emergency modes in power transmission lines with complex asymmetry of parameters using phase coordinates. Elektrichestvo, 2023, no. 11, pp. 9 -16.

17. Shchedrin, V. A., Ermolaeva, N. M. Avtomaticheskoe delenie na chasti skhem zameshcheniya elektricheskikh sistem po kriteriyu minimizatsii pamyati i vremeni scheta na EVM. Automatic division into parts of replacement circuits of electrical systems according to the criterion of minimizing memory and counting time on a computer. Vestnik Chuvash. un-ta, 2014, pp. 103 -111.

18. Livinskogo, P. A., Bushueva, V.V. Energoeffektivnyi megapolis – Smart City «Novaya Moskva». pod redaktsiei. M.: ID «Energiya», 2015, 76 p.

19. Happ, H. H. Piecewise Methods and Application to Power Systems. H.Y.: Wiley, 1980, 405p.

20. Hoffmann, B. Matrices of tensor. J. Franklin Inst. 1968. Vol.286, no 6, pp. 557-560.

21. Kron, G. Tensors for Circuits. N.Y.: Dover Publications, Inc. 1959, 600p.